

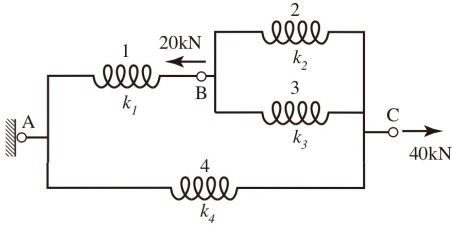
第11章の問題 解答例

□1

```
clear; format shortG
```

(a)

一次元のばねからなる構造を考える。Cに加える力の大きさが40.0 kN、Bに加える力の大きさが-20.0kNのとき、変位法を適用し、具体的な数値を代入して、部材の応力の大きさを求める。



単位は、力がkN、変位・伸びはmmとする。

部材の剛性方程式

```
sk = [20; 16; 8; 10] % 各ばねのバネ係数 sk (kN/mm)
```

```
sk = 4×1  
    20  
    16  
     8  
    10
```

```
K1 = [sk(1) -sk(1); -sk(1) sk(1)] % バネ1の剛性マトリクス K1 (kN/mm)
```

```
K1 = 2×2  
    20    -20  
   -20     20
```

```
K2 = [sk(2) -sk(2); -sk(2) sk(2)] % バネ2の剛性マトリクス K2 (kN/mm)
```

```
K2 = 2×2  
    16    -16  
   -16     16
```

```
K3 = [sk(3) -sk(3); -sk(3) sk(3)] % バネ3の剛性マトリクス K3 (kN/mm)
```

```
K3 = 2×2  
     8     -8  
    -8      8
```

```
K4 = [sk(4) -sk(4); -sk(4) sk(4)] % バネ4の剛性マトリクス K4 (kN/mm)
```

```
K4 = 2×2  
    10    -10  
   -10     10
```

構造物の剛性方程式

直接剛性法によって作成する。自由度の順序は ABC の順にならべる。

```
K = zeros(3,3) % 全体構造物の剛性マトリクス K (kN/mm)
```

```
K = 3×3  
     0     0     0  
     0     0     0  
     0     0     0
```

```
K([1 2],[1 2]) = K([1 2],[1 2]) + K1 % バネ1 の剛性を加える (kN/mm)
```

```
K = 3×3
```

```

20    -20    0
-20    20    0
0      0     0

```

```
K([2 3],[2 3]) = K([2 3],[2 3]) + K2 % ばね2 の剛性を加える (kN/mm)
```

```

K = 3x3
20    -20    0
-20    36   -16
0     -16    16

```

```
K([2 3],[2 3]) = K([2 3],[2 3]) + K3 % ばね3 の剛性を加える (kN/mm)
```

```

K = 3x3
20    -20    0
-20    44   -24
0     -24    24

```

```
K([1 3],[1 3]) = K([1 3],[1 3]) + K4 % ばね4 の剛性を加える (kN/mm)
```

```

K = 3x3
30    -20   -10
-20    44   -24
-10   -24    34

```

これで、全体構造物の剛性マトリクス K が完成した。

節点の変位の算出

```
load = [0; -20; 40] % 荷重ベクトル (kN)
```

```

load = 3x1
0
-20
40

```

```
displ = zeros(3,1) % 変位ベクトル (mm)
```

```

displ = 3x1
0
0
0

```

```
displ([2 3]) = K([2 3],[2 3]) \ load([2 3]) % 連立方程式を解いて節点変位を求める
```

```

displ = 3x1
0
0.30435
1.3913

```

ばねの伸び量

```
C = [-1 1 0; 0 -1 1; 0 -1 1; -1 0 1] % 節点の変位とバネの伸びの関係を表すマトリクス (mm)
```

```

C = 4x3
-1    1    0
0     -1    1
0     -1    1
-1     0    1

```

```
dlen = C * displ % ばねの伸び長さのベクトル (mm)
```

```

dlen = 4x1
0.30435
1.087
1.087
1.3913

```

各ばねの応力

```
force = sk .* dlen % 各ばねの応力のベクトル (kN)
```

```
force = 4×1
        6.087
       17.391
       8.6957
      13.913
```

(b)

上の構造において、すべてのばねは、40kN までの応力に対して線形弾性範囲にある。しかしどのばねも引張応力が40kNを超えると破断するという。仮に、Bに加える力を 0 kN, C に加える力を1 kN とする時、節点に生じる変位増加は、

```
ddispl = zeros(3,1); % 変位増加量のベクトル (mm)
ddispl([2 3]) = K([2 3],[2 3]) \ [0; 1]
```

```
ddispl = 3×1
         0
      0.026087
      0.047826
```

その時に、各ばねに生じる伸び量増加は、

```
ddlen = C * ddispl % ばねの伸びの増加量ベクトル (mm)
```

```
dlen = 4×1
      0.026087
      0.021739
      0.021739
      0.047826
```

したがって、C に加える力が1 kN 増すごとに、その時の、各ばねの応力の増加量は、次のようになる。

```
dforce = sk .* ddlen % ばねの応力の増加量ベクトル (kN)
```

```
dforce = 4×1
      0.52174
      0.34783
      0.17391
      0.47826
```

各バネの応力がちょうど40kNに達する時の Cに加える力は、

```
([40; 40; 40; 40]-force)./dforce
```

```
ans = 4×1
      65
      65
     180
    54.545
```

よって、C に加える力の増加が 54.545 kN の時に、最初にばね 4 が応力が 40 kN に達する。すなわち、最初に破断するのは、ばね 4である。またその時の外力力は、B が -20 kN Cが $40 + 54.545 = 95.545$ kN となる。