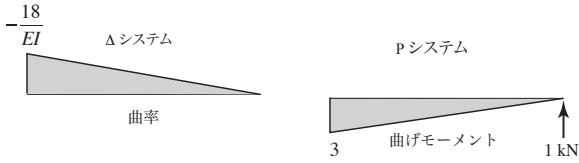


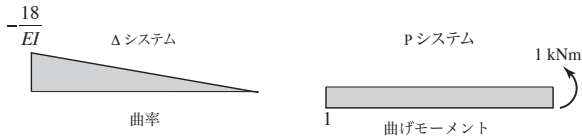
6章の問題

□ 1

(a)

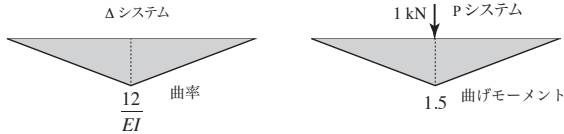


図より補仮想仕事法を適用して $u_y = -\frac{1}{3} \frac{18}{EI} \cdot 3 \cdot 3 = -\frac{54}{EI}$ (上向き正) ■



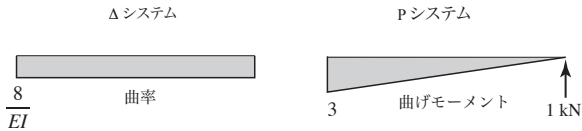
図より $\theta_z = -\frac{1}{2} \frac{18}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = -\frac{27}{EI}$ (反時計回り正) ■

(b)

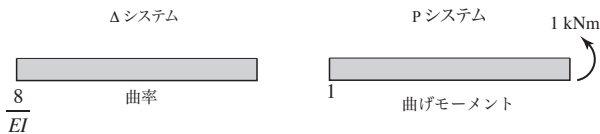


図より補仮想仕事法を適用して $u_y = \frac{1}{3} \frac{12}{EI} \cdot 1.5 \cdot 6 = \frac{36}{EI}$ (下向き正) ■

(c)

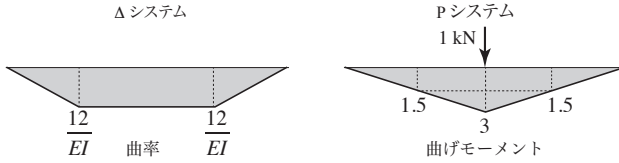


図より補仮想仕事法を適用して $u_y = \frac{1}{2} \frac{8}{EI} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{36}{EI}$ (上向き正) ■



図より $\theta_y = \frac{8}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{24}{EI}$ (反時計回り正) ■

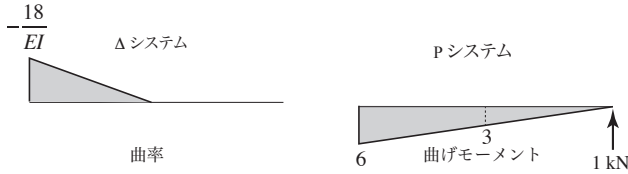
(d)



図より補仮想仕事法を適用して

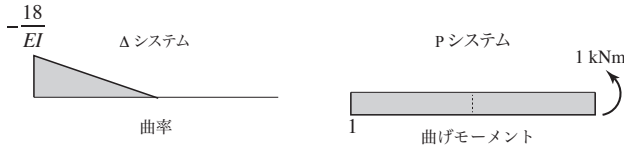
$$u_y = 2 \times \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{EI} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{12}{EI} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{EI} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 \right] \\ = 2 \times \left[\frac{18 + 54 + 27}{EI} \right] = \frac{198}{EI} \quad (\text{下向き正}) \quad \blacksquare$$

(e)



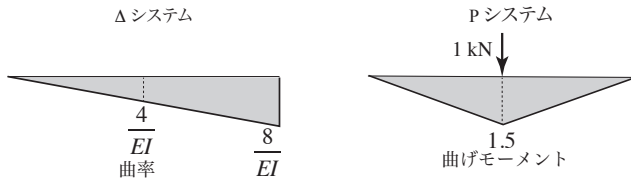
図より補仮想仕事法を適用して

$$u_y = -\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 3 \cdot 3 = -\frac{54 + 81}{EI} = -\frac{135}{EI} \quad (\text{上向き正}) \quad \blacksquare$$



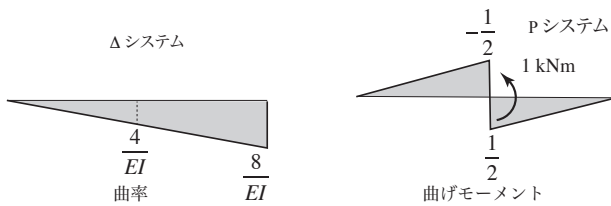
$$\theta_z = -\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = -\frac{27}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \quad \blacksquare$$

(f)



図より補仮想仕事法を適用して

$$u_y = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{6 + 9 + 3}{EI} = \frac{18}{EI} \quad (\text{下向き正}) \quad \blacksquare$$

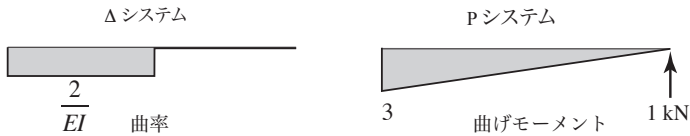


図より

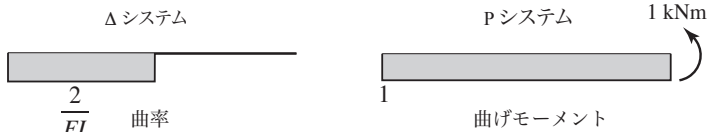
$$\theta_z = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{6} \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{-2+3+1}{EI} = \frac{2}{EI}$$

(反時計回り正) ■

(g)

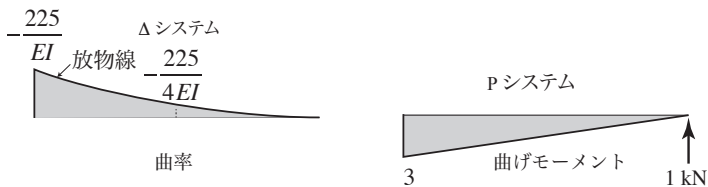


補仮想仕事法を適用して u_y は下図より $u_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{EI} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{2}{EI} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{27}{EI}$ (上向き正) ■



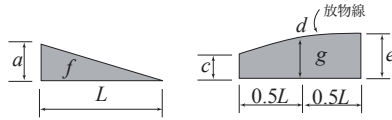
$$\theta_z \text{ は下図より } \theta_z = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{6}{EI} \text{ (反時計回り正) } \blacksquare$$

(h)



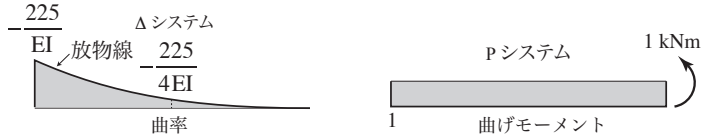
図より補仮想仕事法を適用し u_y を求める。内部補仮想仕事の計算に

$$\int (f \cdot g) dL = \frac{La(c+2d)}{6} \text{ の積分公式を用いる。}$$



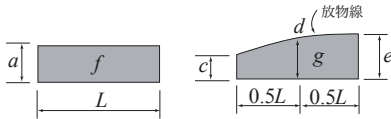
$L = 3, a = 3, c = -\frac{225}{EI}, d = -\frac{225}{4EI}, e = 0$ を代入すると,

$$u_y = \frac{3 \times 3 \times \left(-\frac{225}{EI} - 2 \times \frac{225}{4EI} \right)}{6} = -\frac{2025}{4EI} \text{ (上向き正)} \blacksquare$$



θ_z は図より求める

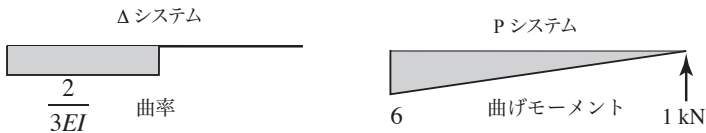
内部補仮想仕事の計算に $\int (f \cdot g) dL = \frac{La(c + 4d + e)}{6}$ の積分公式を用いる。



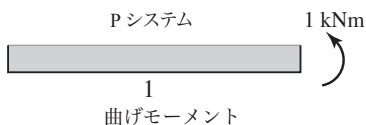
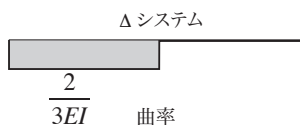
$L = 3, a = 1, c = -\frac{225}{EI}, d = -\frac{225}{4EI}, e = 0$ を代入すると,

$$\theta_z = \frac{3 \times 1 \times \left(\frac{225}{EI} + 4 \times \frac{225}{4EI} \right)}{6} = \frac{225}{EI} \text{ (上向き正)} \blacksquare$$

(i)

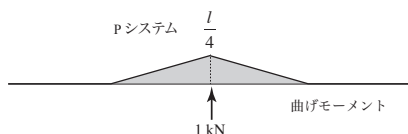
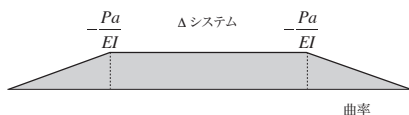


補仮想仕事法を適用すると, $u_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{EI} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{EI} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{27}{2EI}$ (上向き正) \blacksquare



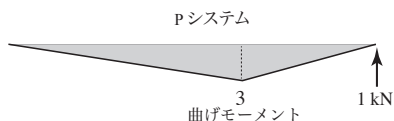
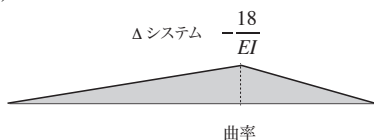
図より $\theta_z = \frac{1}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{3}{EI}$ (反時計回り正) ■

(j)

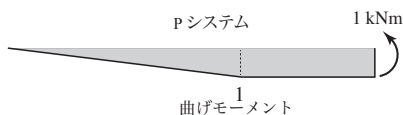
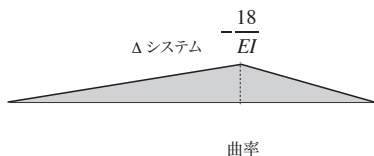


図より補仮想仕事法を適用し $u_y = 2 \times \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Pa}{EI} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{l}{2} \right) = \frac{Pal^2}{8EI}$ (上向き正) ■

(k)

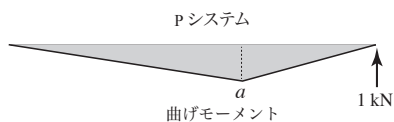
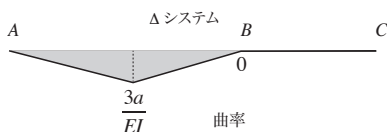


図により補仮想仕事法を適用して $u_y = -\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 3 \cdot (6+3) = -\frac{162}{EI}$ (上向き正) ■



図より $\theta_z = -\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 1 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = -\frac{63}{EI}$ (反時計回り正) ■

(l)



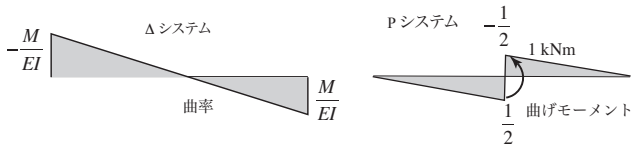
図より補仮想仕事法を適用して、

$$u_y = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{EI} \cdot \frac{a}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{EI} \cdot \frac{a}{2} \cdot a + \frac{1}{6} \cdot \frac{3a}{EI} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{3a^2}{2EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$

点 C における傾斜角 θ_z は、区間 BC において曲げ変形が生じないから、区間 BC の傾斜角に等しく、

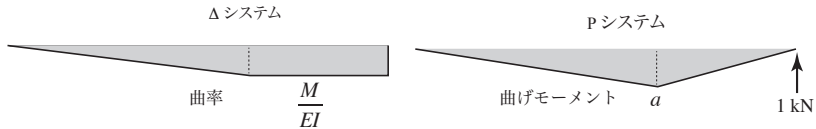
$$\theta_z = \frac{u_y}{a} = \frac{3a}{2EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

(m)

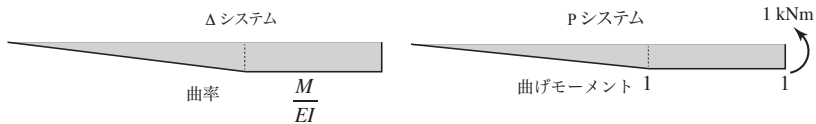


図より補仮想仕事法を適用して $\theta_z = -2 \times \left(\frac{1}{6} \frac{M}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \right) = -\frac{Ml}{12EI}$ (反時計回り正) \blacksquare

(n)

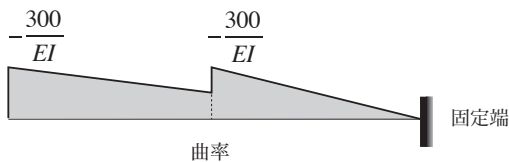


図に補仮想仕事法を適用して、 $u_y = \frac{1}{3} \frac{M}{EI} \cdot a \cdot 2a + \frac{1}{2} \frac{M}{EI} \cdot a \cdot a = \frac{7a^2}{6EI}$ (上向き正) \blacksquare



図より $\theta_z = \frac{1}{3} \frac{M}{EI} \cdot 1 \cdot 2a + \frac{M}{EI} \cdot 1 \cdot a = \frac{5a}{3EI}$ (反時計回り正) \blacksquare

(o)

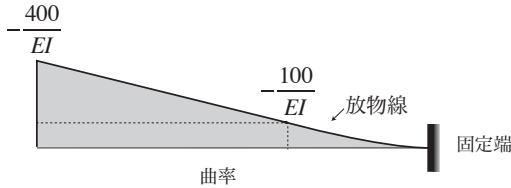


モールの定理を適用する。支持条件を置き換えて固定端を自由端に、自由端を固定端とし、荷重により生じている曲率分布を荷重 \hat{p} とした図の共役はりの、変位を知りたい点のせん断力 \hat{V} と曲げモーメント \hat{M} を計算して、 $\theta_z (= \hat{V})$ と $u_y (= \hat{M})$ を求める。

$$\theta_z = \hat{V} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{300}{EI} + \frac{150}{EI} \right) \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{EI} \cdot 6 = -\frac{2250}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

$$u_y = \hat{M} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{150}{EI} \cdot 6 \cdot 10 - \frac{150}{EI} \cdot 6 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{EI} \cdot 6 \cdot 4 = -\frac{16200}{EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$

(p)

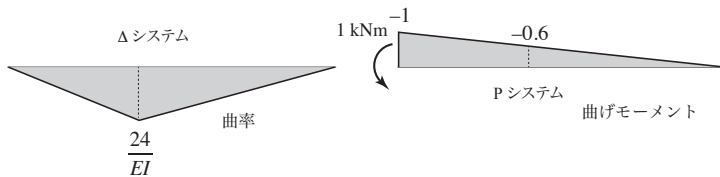


モールの定理を適用する。支持条件を置き換えて固定端を自由端に、自由端を固定端とし、荷重により生じている曲率分布を荷重 \hat{p} とした図の共役はりのせん断力 \hat{V} と曲げモーメント \hat{M} を計算して、 $\theta_z (= \hat{V})$ と $u_y (= \hat{M})$ を求める。

$$\theta_z = \hat{V} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{400}{EI} + \frac{100}{EI} \right) \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{EI} \cdot 2 = -\frac{2450}{3EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

$$u_y = \hat{M} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{300}{EI} \cdot 3 \cdot 4 - \frac{100}{EI} \cdot 3 \cdot 3.5 - \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{EI} \cdot 2 \cdot \left(2 \cdot \frac{3}{4} \right) = -\frac{2950}{EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$

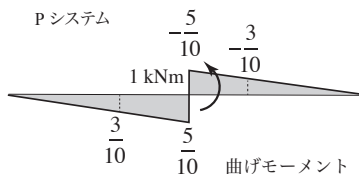
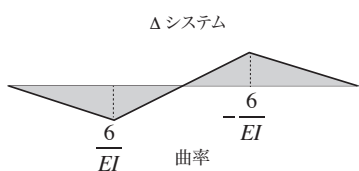
(q)



図により補仮想仕事法を適用し θ_z を求める。

$$\theta_z = -\frac{1}{6} \cdot \frac{24}{EI} \cdot \frac{4}{10} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{EI} \cdot \frac{6}{10} \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{EI} \cdot \frac{6}{10} \cdot 6 = -\frac{64}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

(r)

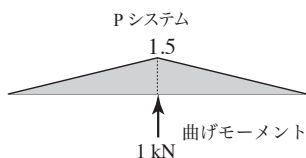
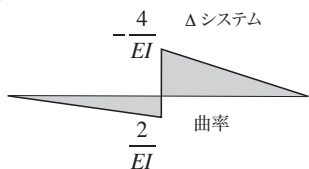


図により補仮想仕事法を適用し θ_z を求める。

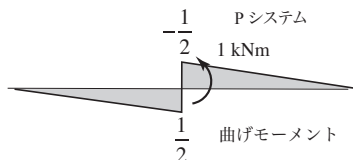
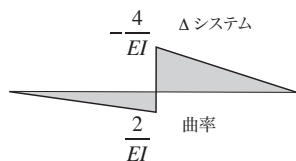
$$\theta_z = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{EI} \cdot \frac{3}{10} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{EI} \cdot \frac{3}{10} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{EI} \cdot \frac{2}{10} \cdot 2 \right) = 2 \cdot \frac{18 + 18 + 4}{EI} = \frac{8}{EI}$$

(反時計回り正) ■

(s)



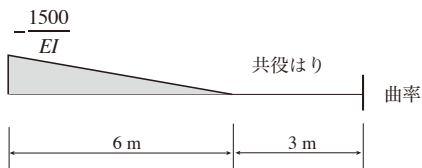
図により補仮想仕事法を適用して, $u_y = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{EI}$ (上向き正) ■



同様に, 図より $\theta_z = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{4}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{EI}$ (反時計回り正) ■

□ 2

(a)

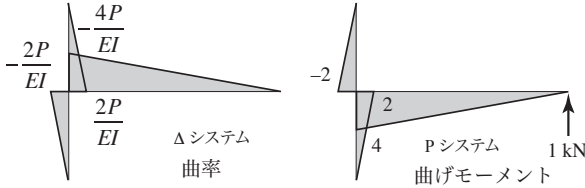


モールの定理を適用する。支持条件を置き換えて固定端を自由端に、自由端を固定端とし、荷重により生じている曲率分布を荷重 \hat{p} とした下図の共役はりのせん断力 \hat{V} と曲げモーメント \hat{M} を計算して、 $\theta_z (= \hat{V})$ と $u_y (= \hat{M})$ を求める。

$$\hat{V} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1500}{EI} \cdot 6 = -\frac{4500}{EI} \quad (\text{時計回り正}) \quad \text{よって, } \theta_y = -\frac{4500}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

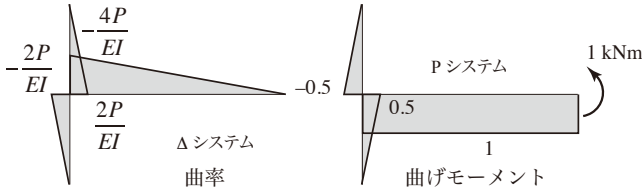
$$\hat{M} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1500}{EI} \cdot 6 \cdot 7 = -\frac{31500}{EI} \quad (\text{下端引張り正}) \quad \text{よって } u_y = -\frac{31500}{EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$

(b)



補仮想仕事法を適用し u_y を求める。

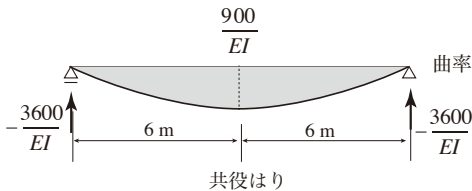
$$u_y = -\frac{1}{3} \frac{4P}{EI} \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \frac{2P}{EI} \cdot 2 \cdot 3 \right) = -\frac{P}{3EI} \cdot (64 + 24) = -\frac{88P}{3EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$



同様に、 θ_z を求める。

$$\theta_z = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4P}{EI} \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2P}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \right) = -\frac{P}{EI} \cdot (8 + 2) = -\frac{10P}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

(c)



モールの定理を適用する。支持条件を置き換えてピン支点はローラー支点に、ローラー支点端をピン支点とし、荷重により生じている曲率分布を荷重 \hat{p} とした下図の共役はりの曲げモーメント \hat{M} を計算して、 $u_y (= \hat{M})$ を求める。

共役はりの支点反力 \hat{R} は左右で等しい。パラボラの面積の公式を使い

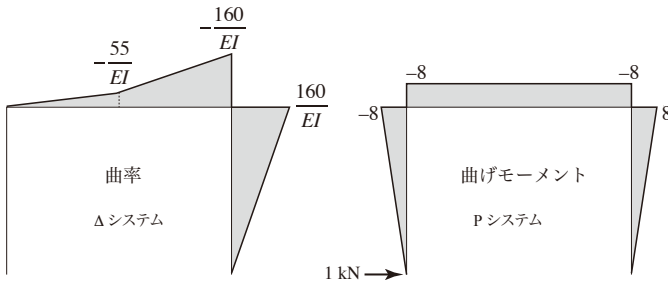
$$\hat{R} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{900}{EI} \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = -\frac{3600}{EI} \quad (\text{上向き正})$$

よって中央の点での曲げモーメント \hat{M} をパラボラの重心の位置の公式を使い導くと

$$\hat{M} = \hat{R} \cdot 6 - \hat{R} \cdot 6 \cdot \frac{3}{8} = \hat{R} \cdot \frac{15}{4} = -\frac{3600}{EI} \cdot \frac{15}{4} = -\frac{13500}{EI} \quad (\text{下端引張り正})$$

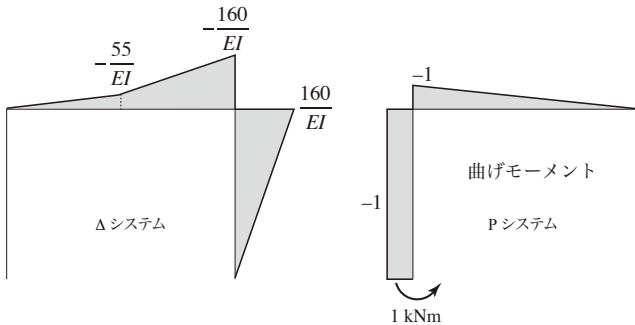
$$\text{よって、} u_y = \hat{M} = -\frac{13500}{EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$

(d)



上の図に補仮想仕事法を適用し u_x を求める。

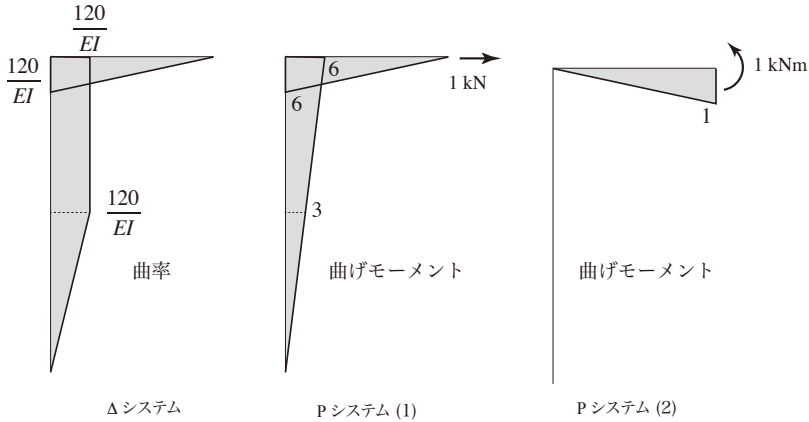
$$u_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{55}{EI} \cdot 8 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{55 + 160}{EI} \cdot 8 \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot \frac{160}{EI} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{26640}{3EI} \quad (\text{右向き正}) \blacksquare$$



同様に、上の図より θ_z を求める。

$$\begin{aligned}\theta_z &= \frac{1}{6} \cdot \frac{55}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{55}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot \frac{160 - 55}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{55}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \\ &= \frac{275 + 825 + 525 + 825}{12EI} = \frac{1225}{6EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare\end{aligned}$$

(e)



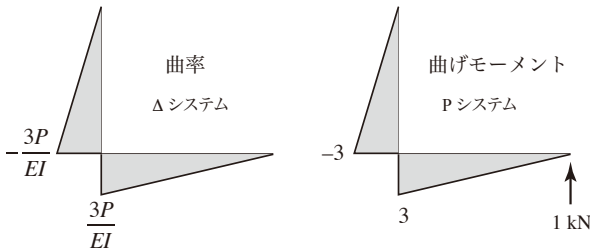
上の図の Δシステムと Pシステム (1) に補仮想仕事法を適用し u_x を求める。

$$u_x = \frac{1}{3} \cdot \frac{120}{EI} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{120}{EI} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{120}{EI} \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{120}{EI} \cdot 6 \cdot 6 = \frac{2700}{EI} \quad (\text{右向き正}) \blacksquare$$

上の図の Δシステムと Pシステム (2) に補仮想仕事法を適用し θ_z を求める。

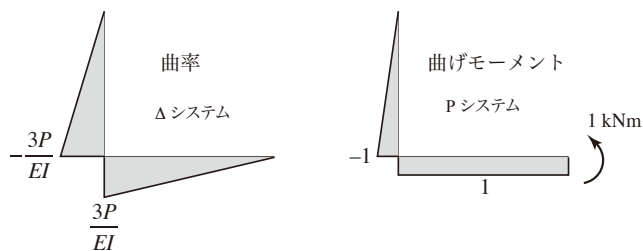
$$\theta_z = \frac{1}{6} \cdot \frac{120}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{60}{EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

(f)



上の図により補仮想仕事法を適用し u_y を求める。

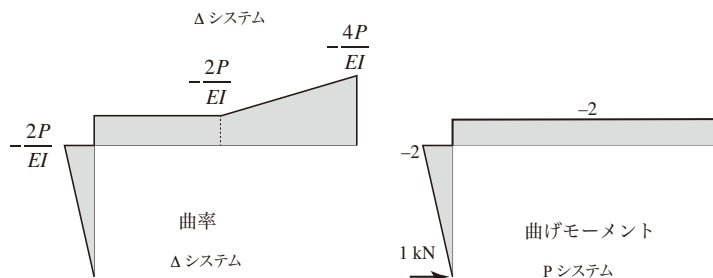
$$u_y = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3P}{EI} \cdot 3 \cdot 3 \right) = \frac{18P}{EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare$$



同様に、上の図により θ_z を求める。

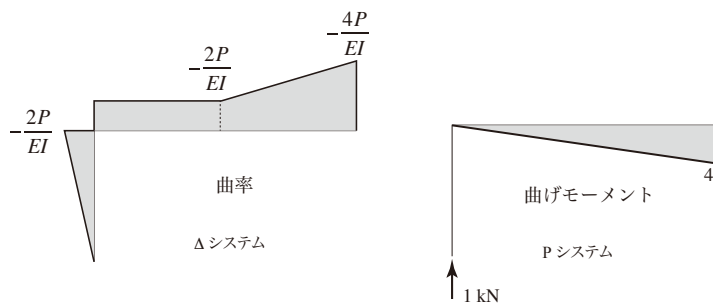
$$\theta_z = \frac{1}{3} \cdot \frac{3P}{EI} \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3P}{EI} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{15P}{2EI} \quad (\text{反時計回り正}) \blacksquare$$

(g)



上の図より、補仮想仕事法を適用し u_x を求める。

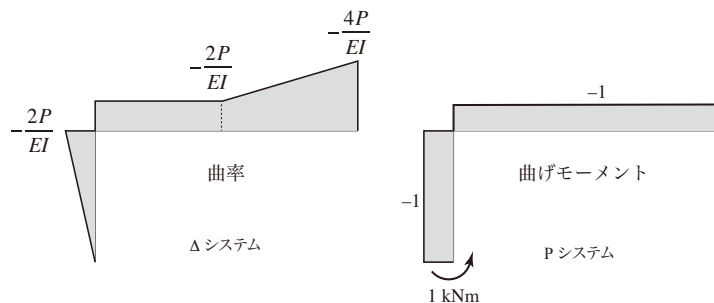
$$u_x = \frac{1}{3} \cdot \frac{2P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{2P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P + 4P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{68P}{3EI} \quad (\text{右向き正}) \blacksquare$$



同様に、上の図により u_y を求める。

$$\begin{aligned}
 u_y &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P+4P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P+4P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 + \frac{2P+4P}{EI} \cdot 2 \cdot 2 \\
 &= \frac{68P}{3EI} \quad (\text{上向き正}) \blacksquare
 \end{aligned}$$

同様に、下図により θ_z を求める。



$$u_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{EI} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{2P}{EI} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P+4P}{EI} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{P}{EI} (2 + 4 + 6) = \frac{12P}{EI}$$

(反時計回り正) \blacksquare