2章の問題

□ 1

独立な反力の成分の数をr_a，中間節点の状態条件式の数 n，安定となるために必要な反力の成分数 $r\,(=3+n)$ を求め，静定・不静定・安定の分類を調べるとつぎのようになる

	r_a	n	r	分類
(a)	3	0	3	$r_a = r$; 外的静定・安定
(b)	4	0	3	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(c)	4	1	4	$r_a = r$; 外的静定・安定
(d)	4	1	4	$r_a = r$; 外的静定・安定
(e)	6	2	5	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(f)	4	0	3	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(g)	3	1	4	$r_a < r$; 不安定
(h)	4	1	4	$r_a = r$ だが，視察（すべての反力の作用線が一点で交わっている）により幾何学的不安定
(i)	4	1	4	$r_a = r$; 外的静定・安定
(j)	3	0	3	$r_a = r$ だが，視察（すべての反力の作用線が一点で交わっている）により幾何学的不安定
(k)	4	0	3	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(l)	5	2	5	$r_a = r$; 外的静定・安定
(m)	6	2	5	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(n)	3	0	3	$r_a = r$; 外的静定・安定
(o)	6	3	6	$r_a = r$; 外的静定・安定
(p)	5	0	3	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(q)	5	2	5	$r_a = r$; 外的静定・安定
(r)	4	0	3	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(s)	3	0	3	$r_a = r$; 外的静定・安定
(t)	5	1	4	$r_a > r$; 外的不静定・安定
(u)	4	1	4	$r_a = r$; 外的静定・安定
(v)	3	1	4	$r_a < r$; 不安定

□ **2**

反力の数値の符号は，上向き正，右向き正，反時計回りを正とする。

(a)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; -(100\times 3)-(12\times 10\times 10)+R_{By}\times 15=0;\ \ \therefore R_{By}=100\,\mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}-100-12\times 10=0;\quad \therefore R_{Ay}=220\,\mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax}=0$ ∎

(b)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ -(200\times 3)-(12\times 5\times 7.5)+R_{By}\times 7=0\quad \therefore R_{By}=150\,\mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}-200-60+150=0;\ \ \therefore R_{Ay}=110\,\mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax}=0$ ∎

(c)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ (50\times 4)-(80\times 11)-\dfrac{30\times 7}{2}\times 7\times \dfrac{2}{3}+R_{Cy}\times 7=0 \therefore R_{Cy}=167.1\,\mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ -50-105-80+R_{By}+R_{Cy}=0;\quad \therefore R_{By}=67.9\,\mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Bx}=0$ ∎

(d)

台形分布の荷重は長方形分布と三角形分布の組み合わせとして考える

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; -(180\times 3)-(90\times 4)+R_{By}\times 6=0;\ \ \therefore R_{By}=150\,\mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}-180-90+150=0;\quad \therefore R_{Ay}=120\,\mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Bx}=0$ ∎

(e)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; -(40\times 4)-(40\times 9)+R_{By}\times 6=0;\ \ \therefore R_{By}=33.3\,\mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}+R_{By}-40-40=0;\quad \therefore R_{Ay}=46.7\,\mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Ax}+40-30=0;\ \ \therefore R_{Ax}=-10\,\mathrm{kN}$ ∎

(f)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};$

$$-(25\times 3.6\times \frac{3.6}{2})-(\frac{1}{2}\times 20\times 3.6\times \frac{2}{3}\times 3.6)+R_{By}\times 6-250\times \frac{4}{5}\times 9=0;$$

$\therefore R_{By} = 341.4\ \mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay} + R_{By} - (25 \times 3.6) - (\frac{1}{2} \times 20 \times 3.6) - 200 = 0;\quad \therefore R_{Ay} = -15.4\ \mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax} - 250 \times \frac{3}{5} = 0;\ \therefore R_{Ax} = 150\ \mathrm{kN}$ ∎

(g)

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; 50 \times 3 \times \frac{3}{2} - 200 \times 3.75 + 60 \times 7.5 - 80 \times 1.5 + R_{By} \times 7 = 0$

$\therefore R_{By} = 27.9\ \mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay} + R_{By} - (50 \times 3) - 200 + 60 = 0;\quad \therefore R_{Ay} = 262.1\ \mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax} = 0\ \mathrm{kN}$ ∎

(h)

（全体についての釣合い条件式より）

R_Aは，ローラーの移動する向きに直交する反力の大きさとする（右上向き正）。

$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; 240 \times 6 - R_A \times 13 = 0 \therefore R_A = 110.8\ \mathrm{kN}$

$R_{Ax} = \frac{5}{13} R_A = 42.6\ \mathrm{kN};\ R_{Ay} = \frac{12}{13} R_A = 100.2\ \mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow}; R_{Ay} + R_{By} - 240 = 0;\ \therefore R_{By} = 137.8\ \mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Ax} + R_{Bx} = 0;\ \therefore R_{Bx} = -42.6\ \mathrm{kN}$ ∎

(i)

（フリーボディBCについての状態条件式より）

$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}; R_{Cy} \times 6 = 0;\ \therefore R_{Cy} = 0\ \mathrm{kN}$

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ M_{Az} - 80 \times 6 = 0;\ \therefore M_{A_z} = 480\ \mathrm{kN\ m}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay} - 80 = 0;\ \therefore R_{Ay} = 80\ \mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax} = 0\ \mathrm{kN}$ ∎

(j)

（フリーボディCDEについての状態条件式より）

$\sum M_z|_C = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ -(30 \times 5) - (50 \times 20) + R_{Dy} \times 10 = 0;\ \therefore R_{Dy} = 115\ \mathrm{kN}$

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};$

$-(100 \times 5) - (50 \times 20) - (30 \times 25) - (50 \times 40) + (R_{Dy} \times 30) + R_{By} \times 10 = 0;$

$\therefore R_{By} = 80\ \mathrm{kN}$

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay} - 100 + R_{By} - 50 - 30 + R_{Dy} - 50 = 0;\ \therefore R_{Ay} = 35\ \mathrm{kN}$

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\quad \therefore R_{Ax} = 0\ \mathrm{kN}$ ∎

(k)

（フリーボディ DE についての状態条件式より）

$\sum M_z|_D = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $R_{Ey} \times 10 = 0$; $\therefore R_{Ey} = 0$ kN

（フリーボディ CDE についての状態条件式より）

$\sum M_z|_C = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $R_{Ex} \times 2 + R_{Ey} \times 10 = 0$; $\therefore R_{Ex} = 0$ kN

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $-40 \times 3 + R_{By} \times 6 + R_{Ey} \times 19 = 0$; $\therefore R_{By} = 20$ kN m

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow}$; $R_{Ay} - 40 + R_{By} = 0$; $\therefore R_{Ay} = 20$ kN

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow}$; $\therefore R_{Ax} = 0$ kN ∎

(l)

（フリーボディ CDE についての状態条件式より）

$\sum M_z|_C = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $R_{Dy} \times 6 - (20 \times 8) = 0$; $\therefore R_{Dy} = 26.7$ kN

（フリーボディ $BCDE$ についての状態条件式より）

$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $-(50 \times 1.5) + R_{Dy} \times 7.5 + R_{Dx} \times 2 - (20 \times 9.5) = 0$; $\therefore R_{Dx} = 32.4$ kN

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow}$; $R_{Ay} - 50 + R_{Dy} - 20 = 0$; $\therefore R_{Ay} = 43.3$ kN

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow}$; $R_{Ax} + R_{Dx} = 0 \therefore R_{Ax} = -32.4$ kN

$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $M_{Az} - (50 \times 7.5) + R_{Dx} \times 2 + R_{Dy} \times 13.5 - (20 \times 15.5) = 0$;

$\therefore M_{Az} = 259.8$ kN m ∎

(m)

ローラーの移動の方向に対して直交する反力を R_B（左上向き正）とする。

（全体についての釣合い条件式より）

$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow}$; $-\dfrac{1}{2} \times 50 \times 10 + \dfrac{4}{5} \times R_B = 0$; $\therefore R_B = 312.5$ kN

$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow}$; $R_{Ax} - \dfrac{3}{4} R_B = 0 \therefore R_{Ax} = 187.5$ kN

$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft}$; $M_{Az} - \dfrac{1}{2} \times 50 \times 10 \times \left(\dfrac{1}{3} \times 10\right) = 0$;

$\therefore M_{Az} = 833.3$ kN m ∎

□ 3

(a)

点 B においては，両端ピンの鉛直リンクで部材 AB と 部材 BC がつながれている。そのため，点 B において，部材端はそれぞれ水平方向に自由に移動でき，かつ，互いに回転できるため，2 つの状態条件式が存在している。

（フリーボディ BCD についての状態条件式より）

$$\sum M_z|_B = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ -(5\times9\times4.5)+\frac{4}{5}\times75\times9+R_{Cy}\times4.5=0;\ \therefore R_{Cy}=-75\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Cx}+\frac{3}{5}\times75=0;\ \therefore R_{Cx}=-45\ \mathrm{kN}$$

（全体についての釣合い条件式より）

$$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Ax}+R_{Cx}+75\times\frac{3}{5}=0 \therefore R_{Ax}=0\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}-100-45+\frac{4}{5}\times75-75=0;\ \therefore R_{Ay}=160\ \mathrm{kN}$$

$$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ M_{Az}-(3\times100)-(45\times9)+(R_{Cy}\times9)+\frac{4}{5}\times75\times13.5=0;$$

$$\therefore M_{Az}=570\ \mathrm{kN\ m}\ ∎$$

(b)

（全体についての釣合い条件式より）

$$\begin{aligned}\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ & R_{By}\times3-(30\times1+30\times2+30\times4+15\times5)\times7.5\\ &-\frac{2}{\sqrt{5}}\times(20\times1-20\times2-10\times3)\times7.5\\ &-\frac{1}{\sqrt{5}}\times(20\times1-20\times2-10\times3)\times3.75=0;\ \therefore R_{By}=128.5\ \mathrm{kN}\end{aligned}$$

$$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Ax}+\frac{1}{\sqrt{5}}(10+20+20+10)=0 \therefore R_{Ax}=-26.8\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}+R_{By}-\big(30+30+30+15\big)-\frac{2}{\sqrt{5}}\times(10+20+20+10)=0;$$

$$\therefore R_{Ay}=30.1\ \mathrm{kN}\ ∎$$

(c)

三角形分布の横力は，合力 45 kN が点 B から1メートル上の点に集中して作用するものと考える

（全体についての釣合い条件式より）

$$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ -(100\times3.6)-(45\times2)+R_{By}\times3=0;\ \therefore R_{By}=150\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}-100=0;\ \therefore R_{Ay}=100\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow};\ R_{Ax}-45+150=0 \therefore R_{Ax}=-105\ \mathrm{kN}\ ∎$$

(d)

長方形分布の横力は，合力 240 kN が点 A から高さ 6 メートルの点に集中して作用するものと考える

（全体についての釣合い条件式より）

$$\sum M_z|_A = 0 \overset{+}{\circlearrowleft};\ R_{By}\times8-20\times12\times\frac{1}{2}\times12=0;\therefore R_{By}=180\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_y = 0 \overset{+}{\uparrow};\ R_{Ay}+R_{By}=0;\therefore R_{Ay}=-180\ \mathrm{kN}$$

$$\sum P_x = 0 \overset{+}{\rightarrow}; \;\; R_{Ax} + 20 \times 12 = 0 \therefore R_{Ax} = -240\,\text{kN} \;\blacksquare$$