

第13章の問題 解答例

□ 4

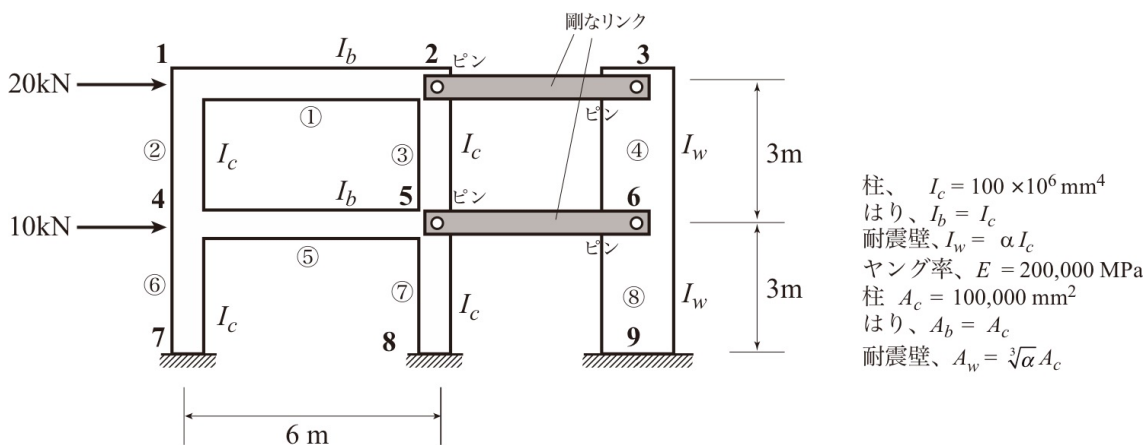
```
clear; format shortG
```

目的

構造物の剛性方程式の縮約を用いて、次の剛なリンクで結合された構造物の解析を行う。

ここで考える構造物の剛性方程式は、次の図に示す平面骨組である。

- ・ 節点数が9、部材数が8の、2層1スパン平面骨組と耐震壁
- ・ 節点7・節点8・節点9は、固定支持
- ・ 右手系 x, y は並進の自由度, z は回転の自由度とする。
- ・ 剛なリンク 2-3 は、節点 2と節点 3の x 方向の変位は等しいものとする。
- ・ 剛なリンク 5-6 は、節点 5と節点 6の x 方向の変位は等しいものとする。
- ・ 自由度は各節点ごと x, y, z の順に並べるものとする。
- ・ 部材座標系は部材端1から部材端2に向かう方向をそれぞれの x 方向とする。
- ・ 力の単位は kN 長さの単位は mm とする。
- ・ 耐震壁の断面二次モーメント I_w は、柱の断面二次モーメント I_c α 倍 ($\alpha = 5$) であるものとする。



構造物の基本データ

```
nnode = 9; % 節点数 (支点数も含む)
nmemb = 8; % 部材数
```

変数の設定

```
alpha = 5;
```

節点と節点荷重に関するデータ

節点に関する数値は、基準座標系で表した値とする。節点ごとに次のデータを与える。

(1) 節点 (支点) の x -座標 (mm)、(2) 節点 (支点) の y -座標 (mm)、(3) 節点の x 方向の支持条件 (0:自由 1:拘束)、(4) 節点の y 方向の支持条件 (0:自由 1:拘束)、(5) 節点の回転の支持条件 (0:自由 1:拘束)、(6) 節点の節点荷重の x 成分 (kN)、(7) 節点の節点荷重の y 成分 (kN)、(8) 節点の節点荷重の z 成分 (kNmm)

```
node(1,:) = [ 0 6000 0 0 0 20.0 0.0 0.0]; % 節点1のデータ
node(2,:) = [ 6000 6000 0 0 0 0.0 0.0 0.0]; % 節点2のデータ
node(3,:) = [ 6000 6000 0 0 0 0.0 0.0 0.0]; % 節点3のデータ
node(4,:) = [ 0 3000 0 0 0 10.0 0.0 0.0]; % 節点4のデータ
node(5,:) = [ 6000 3000 0 0 0 0.0 0.0 0.0]; % 節点5のデータ
node(6,:) = [ 6000 3000 0 0 0 0.0 0.0 0.0]; % 節点6のデータ
node(7,:) = [ 0 0 1 1 1 0.0 0.0 0.0]; % 節点7のデータ
node(8,:) = [ 6000 0 1 1 1 0.0 0.0 0.0]; % 節点8のデータ
node(9,:) = [ 6000 0 1 1 1 0.0 0.0 0.0]; % 節点9のデータ
```

部材に関するデータ

部材に関する共通データはつぎのとおりとする。

```
alpha3 = alpha^(1/3); % alphaの三乗根
E       = 200; % ヤング率
I0      = 100e6; % 断面二次モーメント
```

```
A0      = 1e5; % 断面積
```

部材に関するデータは、部材ごとに次のデータを与える。

(1) 部材の1端が接続している節点の番号, (2) 部材の2端が接続している節点の番号, (3) 部材の材料のヤング率 (N/mm2), (4) 部材の断面積 (mm2), (5) 部材断面の断面二次モーメント (mm4)

```
member(1,:) = [ 1 2 E A0 I0 ]; % 部材 1 のデータ
member(2,:) = [ 1 4 E A0 I0 ]; % 部材 2 のデータ
member(3,:) = [ 2 5 E A0 I0 ]; % 部材 3 のデータ
member(4,:) = [ 3 6 E A0*alpha3 I0*alpha]; % 部材 4 のデータ
member(5,:) = [ 4 5 E A0 I0 ]; % 部材 5 のデータ
member(6,:) = [ 4 7 E A0 I0 ]; % 部材 6 のデータ
member(7,:) = [ 5 8 E A0 I0 ]; % 部材 7 のデータ
member(8,:) = [ 6 9 E A0*alpha3 I0*alpha]; % 部材 8 のデータ
```

構造物の剛性マトリクスの作成

使用する主な配列

```
skk      = zeros(3*nnode, 3*nnode); % 全体構造物の剛性マトリクス
displ    = zeros(3*nnode, 1); % 節点変位のベクトル
load     = zeros(3*nnode, 1); % 節点荷重のベクトル
support  = zeros(3*nnode, 1); % 支持条件のベクトル
axial    = zeros(nmemb, 2); % 材軸方向の部材端力
shear    = zeros(nmemb, 2); % 材軸直交方向の部材端力
moment   = zeros(nmemb, 2); % 部材端のモーメント
```

節点荷重と支持条件

```
for i=1:nnode % 節点
    support(3*i-2:3*i) = [node(i,3) node(i,4) node(i,5)]; % 支持条件
    load(3*i-2:3*i)    = [node(i,6) node(i,7) node(i,8)]; % 節点荷重
end
```

部材の長さと傾き

```
for k=1:nmemb % 部材
    i = member(k,1); % 1端の節点番号
    j = member(k,2); % 2端の節点番号
    delx = node(j,1) - node(i,1);
    dely = node(j,2) - node(i,2);
    L(k) = sqrt(delx*delx + dely*dely); % 部材長さ
    cs(k) = delx/L(k); % 部材の傾きの cos
    sn(k) = dely/L(k); % 部材の傾きの sin
end
```

構造物の剛性マトリクスの作成

```
for k=1:nmemb
    al = L(k);
    ea = member(k,3)*member(k,4);
    ei = member(k,3)*member(k,5);
    k22 = [ ea/al 0 0; 0 12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 4*ei/al ]; % 部材剛性マトリクス (3x3)
    T(1:3,1:3) = [cs(k) -sn(k) 0; sn(k) cs(k) 0; 0 0 1]; % 座標変換マトリクス (6x6)
    T(4:6,4:6) = [cs(k) -sn(k) 0; sn(k) cs(k) 0; 0 0 1];
    H = [1 0 0; 0 1 0; 0 al 1]; % 釣合マトリクス (3x3)
    C = [-H; eye(3)]; % 接続マトリクス (6x3)
    sk = T * C * k22 * C' * T'; % 部材の剛性マトリクス (6x6)
    i = 3*member(k,1); % k番目の部材の1端の自由度番号
    j = 3*member(k,2); % k番目の部材の2端の自由度番号
    n = [i-2 i-1 i j-2 j-1 j]; % k番目の部材の両端の節点の自由度番号
    skk(n,n) = skk(n,n) + sk; % 全体構造物の剛性マトリクスへの足し込み
end
```

縮約していない構造物の剛性マトリクス

構造物の剛性マトリクス skk の各成分の数値は次のようになる。

```
skk; % 構造物の剛性マトリクス (27x27)
```

変位の従属関係を考慮した剛性マトリクスの縮約

支持条件を考慮し、変位の従属関係を考慮して剛性マトリクスの縮約を行う

```
indc = [1 2 3 4 5 6 8 9 10 11 12 13 14 15 17 18]; % 残す自由度 (16)
inde = [7 16]; % 消す自由度 (2)
G = [0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
```

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0]; % 従属関係を表すマトリクス (2×16)
kcc = skk(indc,indc); % 構造物の剛性マトリクスの部分マトリクス (16×16)
kce = skk(indc,inde); % 構造物の剛性マトリクスの部分マトリクス (16×2)
kec = skk(inde,indc); % 構造物の剛性マトリクスの部分マトリクス (2×16)
kee = skk(inde,inde); % 構造物の剛性マトリクスの部分マトリクス (2×2)

loadc_hat = load(indc)+G'*load(inde); % 等価な外力 (16×1)(16×1)
kcc_hat = kcc + kce*G + G'*kec + G'*kee*G; % 縮約した剛性マトリクス % (16×16)
displ = zeros(3*nnode,1); % 節点変位の計算
displ(indc) = kcc_hat\loadc_hat; % 残す自由度の節点変位 (16×1)
displ(inde) = G * displ(indc); % 消す自由度の節点変位 (2×1)

```

基準座標系で表した節点変位（単位 mm または rad）と部材座標系で表した部材端力（単位 kN または kN mm）の各成分の数値は次のようになる。

kcc_hat % 縮約した剛性マトリクス (16×16)

```

kcc_hat = 16×16
    3342.2         0        13333        -3333.3         0         0         0         0        -8.8889
         0        6667.8        3333.3         0        -1.1111        3333.3         0         0         0
    13333        3333.3        4e+07         0        -3333.3        6.6667e+06         0         0        -13333
   -3333.3         0         0        3386.7         0        13333         0        66667         0
         0        -1.1111       -3333.3         0        6667.8       -3333.3         0         0         0
         0        3333.3        6.6667e+06        13333       -3333.3        4e+07         0         0         0
         0         0         0         0         0         0        11400         0         0
         0         0         0        66667         0         0         0        1.3333e+08         0
   -8.8889         0       -13333         0         0         0         0         0         0        3351.1
         0       -6666.7         0         0         0         0         0         0         0

```

displ % すべての節点変位 (27×1)

```

displ = 27×1
    5.1737
    0.0022076
   -0.00069772
    5.1703
   -0.0022076
   -0.00069823
    5.1703
         0
   -0.0011217
    1.9185

```

[axial, moment, shear] = force (nmemb,L,member,cs,sn,displ) % 部材端力（軸方向，モーメント，材軸に直交する方向）

```

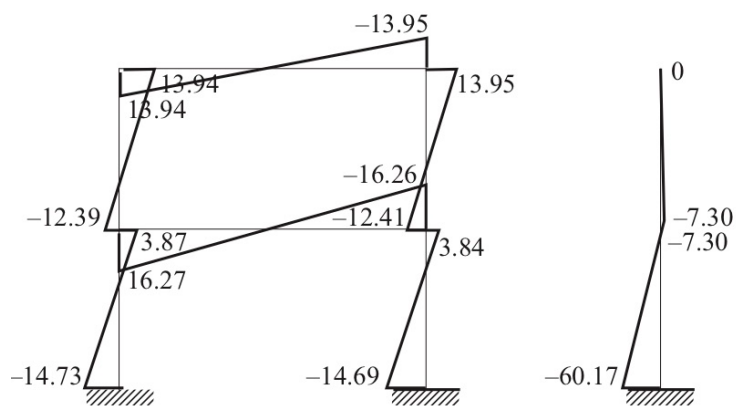
axial = 8×2
    11.222        -11.222
   -4.6482         4.6482
    4.6482        -4.6482
         0         0
    12.579       -12.579
   -10.069        10.069
    10.069       -10.069
         0         0

moment = 8×2
   -13943       -13946
    13943        12392
    13946        12414
         0        7304.6
   -16265       -16259
    3872.7        14726
    3845.3        14688
   -7304.6        60173

shear = 8×2
   -4.6482         4.6482
    8.7784        -8.7784
    8.7867        -8.7867
    2.4349        -2.4349
   -5.4207         5.4207
    6.1997        -6.1997
    6.1776        -6.1776
    17.623       -17.623

```

計算結果に基づいて、曲げモーメント図を作成すると次のようになる。



曲げモーメント図 単位：kNm

このスクリプトで使用する関数

部材端力（軸方向の力、モーメント、材軸に直交方向の力）の計算と表示を行う関数。数値は部材座標系により表示されたものとする。

```
function [axial, moment, shear] = force(nmemb,L,member,cs,sn,displ)
for k=1:nmemb
    al = L(k);
    ea = member(k,3)*member(k,4);
    ei = member(k,3)*member(k,5);
    % 剛性マトリクス (3x3)
    k22 = [ ea/al 0 0; 0 12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 4*ei/al ];
    % 釣合マトリクス (3x3)
    H = [ 1 0 0; 0 1 0; 0 al 1 ];
    % 接続マトリクス (6x3)
    C = [-H; eye(3)];
    % 座標変換マトリクス (6x6)
    T(1:3,1:3) = [cs(k) -sn(k) 0; sn(k) cs(k) 0; 0 0 1];
    T(4:6,4:6) = T(1:3,1:3);
    % m番目の部材の(1)-端と(2)-端が接続している節点の自由度番号
    i = 3*member(k,1); % 1端の自由度番号
    j = 3*member(k,2); % 2端の自由度番号
    n = [i-2 i-1 i j-2 j-1 j];
    % 部材座標系における部材応力 force (1:6)
    force = C * k22 * C' * T'* displ(n);
    axial(k,1) = force(1); % 1端における部材の軸力
    axial(k,2) = force(4); % 2端における部材の軸力
    shear(k,1) = force(2); % 1端における部材のせん断力
    shear(k,2) = force(5); % 2端における部材のせん断力
    moment(k,1) = force(3); % 1端における部材端モーメント
    moment(k,2) = force(6); % 2端における部材端モーメント
end
end
```