

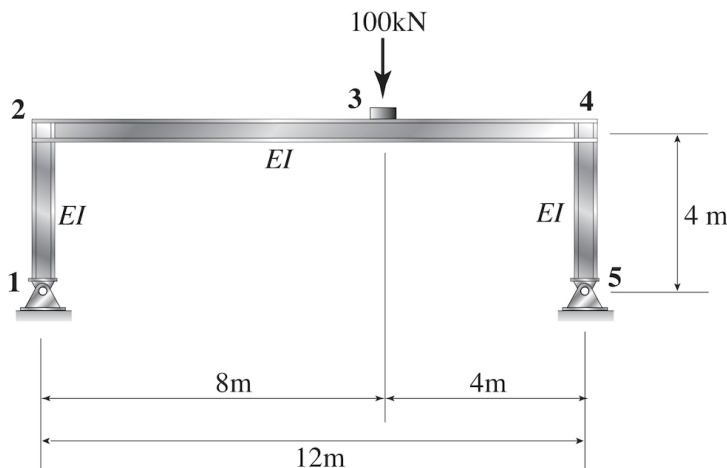
第12章の問題 解答例

□ 1 (b)

```
clear; format shortG
```

目的

次の部材数 4、節点数 5、自由度数 15 の平面骨組構造物の剛性マトリクスを作成し、支持条件を考慮して節点の回転角と反力を求め、部材のフリーボディの両端部に働く力を求める手順を MATLAB スクリプトで示し、曲げモーメント図を作成する。単位は、長さが mm、力が kN で表わされているものとする。節点の番号と自由度の番号は次の図による。節点の番号は次の図による。節点番号が j の時、 x 方向, y 方向, 回転方向の自由度の番号はそれぞれ、 $(3j - 2)$, $(3j - 1)$, $(3j)$ とする。



構造物を表すデータ

構造物の諸元を表すデータ

```
nmemb = 4; % 部材の数
njoint = 5; % 節点の数 (支点を含む)
```

部材に関するデータ

```
cs = [0 1 1 0]; % それぞれの部材の傾き角度の cos の値
sn = [1 0 0 1]; % それぞれの部材の傾き角度の sin の値
E = [205e3 205e3 205e3 205e3]; % それぞれの部材の材料のヤング率 kN/mm2
A = [12000 12000 12000 12000]; % それぞれの部材の断面積 mm2
I = [1.2e7 1.2e7 1.2e7 1.2e7]; % それぞれの部材の断面二次モーメント mm4
L = [4000 8000 4000 4000]; % それぞれの部材の長さ mm
joint1 = [1 2 3 5]; % それぞれの部材の1-端が接続している節点の番号
joint2 = [2 3 4 4]; % それぞれの部材の2-端が接続している節点の番号
```

節点の荷重と支持条件に関するデータ

```
load = [0 0 0 0 0 0 0 -100 0 0 0 0 0 0 0]';
% 節点の自由度に働く外力の成分を表すベクトル (基準座標系)
support = [1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0];
% 支持条件を表すベクトルで、0は変位が未知の自由度の場合、1は変位が既知の自由度であることを表す
```

剛性マトリクスの作成

全ての部材について繰り返す

```
skk = zeros(3*njoint, 3*njoint); % 構造物の剛性マトリクス
```

```

displ = zeros(3*njoint,1); % 節点の変位のベクトル (基準座標系)
force = zeros(6,nmemb); % 部材端力 (部材座標系)
for m=1:nmemb % 全ての部材について剛性マトリクスを作成する
    % 部材 m の部材座標系から基準座標系への座標変換マトリックス T (6×6)
    T11 = [cs(m) -sn(m) 0; sn(m) cs(m) 0; 0 0 1];
    T12 = [0 0 0; 0 0 0; 0 0 0];
    T21 = T12';
    T22 = T11;
    T = [T11 T12; T21 T22];
    % 部材座標系で表した部材の剛性マトリクス
    eal = E(m)*A(m)/L(m);
    ei = E(m)*I(m);
    al = L(m);
    k11 = [ eal 0 0; 0 12*ei/al^3 6*ei/al^2; 0 6*ei/al^2 4*ei/al];
    k12 = [-eal 0 0; 0 -12*ei/al^3 6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 2*ei/al];
    k21 = [-eal 0 0; 0 -12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 6*ei/al^2 2*ei/al];
    k22 = [ eal 0 0; 0 12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 4*ei/al];
    % 基準座標系で表した部材の剛性マトリックス sk (6×6)
    sk = T * [k11 k12; k21 k22] * T';
    % 部材の1-端が接続している節点の自由度 ix iy iz
    i = joint1(m);
    ix = 3*i-2;
    iy = 3*i-1;
    iz = 3*i;
    % 部材の2-端が接続している節点の自由度 jx jy jz
    j = joint2(m);
    jx = 3*j-2;
    jy = 3*j-1;
    jz = 3*j;
    % 構造物の剛性マトリクスに、部材剛性マトリクスを足し合わせる
    n = [ix iy iz jx jy jz];
    skk(n,n) = skk(n,n) + sk;
end
skk

```

```

skk = 15×15
    461.25         0 -9.225e+05    -461.25         0 -9.225e+05
         0    6.15e+05         0         0    -6.15e+05         0
 -9.225e+05         0    2.46e+09    9.225e+05         0    1.23e+09
   -461.25         0    9.225e+05    3.0796e+05         0    9.225e+05   -3.075e+05
         0   -6.15e+05         0         0    6.1506e+05    2.3062e+05
 -9.225e+05         0    1.23e+09    9.225e+05    2.3062e+05    3.69e+09
         0         0         0   -3.075e+05         0         0    9.225e+05
         0         0         0         0   -57.656   -2.3062e+05
         0         0         0         0    2.3062e+05    6.15e+08
         0         0         0         0         0         0   -6.15e+05

```

自由節点変位と支点反力の解法

注) 以下で用いている関数 find は MATLAB が備えている関数で、ベクトルの要素を調べて、値がゼロでない要素の位置のならばを返す関数

```

indf = find(support==0); % 変位が未知である自由度のならばを表す数列 indf
inds = find(support); % 変位が既知である自由度のならばを表す数列 inds
kff = ssk(indf,indf); % 再配列した剛性マトリクスの部分マトリックス Kff
kfs = ssk(indf,inds); % 再配列した剛性マトリクスの部分マトリックス Kfs
ksf = ssk(inds,indf); % 再配列した剛性マトリクスの部分マトリックス Ksf
kss = ssk(inds,inds); % 再配列した剛性マトリクスの部分マトリックス Kss
displ(indf)= kff\ (load(indf)-kfs*displ(inds)); % すべての節点変位 displ

```

```
load(inds)= ksf*displ(indf)+kss*displ(inds); % すべての節点力 load
```

部材端に作用する力の解法

全ての部材について繰り返す

```
for m=1:nmemb
    eal = E(m)*A(m)/L(m);
    ei = E(m)*I(m);
    al = L(m);
    k11 = [ eal 0 0; 0 12*ei/al^3 6*ei/al^2; 0 6*ei/al^2 4*ei/al];
    k12 = [-eal 0 0; 0 -12*ei/al^3 6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 2*ei/al];
    k21 = [-eal 0 0; 0 -12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 6*ei/al^2 2*ei/al];
    k22 = [ eal 0 0; 0 12*ei/al^3 -6*ei/al^2; 0 -6*ei/al^2 4*ei/al];
    sk = [k11 k12; k21 k22]; % 部材 m の部材座標系による剛性マトリクス sk (6×6)
    T11 = [cs(m) -sn(m) 0; sn(m) cs(m) 0; 0 0 1];
    T12 = [0 0 0; 0 0 0; 0 0 0];
    T21 = T12';
    T22 = T11;
    T = [T11 T12; T21 T22]; % 部材座標系から基準座標系への座標変換マトリックス T (3×3)
    i = joint1(m);
    ix = 3*i-2;
    iy = 3*i-1;
    iz = 3*i;
    j = joint2(m);
    jx = 3*j-2;
    jy = 3*j-1;
    jz = 3*j;
    index = [ix iy iz jx jy jz];
    force(:,m) = sk * T' * displ(index); % 部材座標系での部材端力 force (6×nmemb)
end
```

計算結果の表示

```
displ % すべての節点の変位 (基準座標系)
```

```
displ = 15×1
         0
         0
    6.5675e-05
   -0.14445
   -5.4201e-05
   -2.3012e-05
   -0.14454
   -0.44687
    5.5843e-05
   -0.14458
```

```
load % すべての節点の荷重 (基準座標系)
```

```
load = 15×1
```

```
27.271
33.333
```

0
0
0
0
0
-100
0

force % すべての部材端に作用する力の成分（部材座標系）

force = 6×4

33.333	27.271	27.271	66.667
-27.271	33.333	-66.667	27.271
4.0018e-11	1.0909e+05	-1.5758e+05	-1.4552e-11
-33.333	-27.271	-27.271	-66.667
27.271	-33.333	66.667	-27.271
-1.0909e+05	1.5758e+05	-1.0909e+05	1.0909e+05

これらを元に作成して曲げモーメント図を作成すると次の通りとなる。

